

العرب والهندسة المستوية

أخذ اليونان الهندسة عن الأمم التي سبقتهم وقد درسوها درساً عميقاً وأضافوا إليها إضافات هامة وكثيرة جعلت الهندسة عملاً يونانياً . وأول من كتب منهم فيها اقليدس ، وعُرف كتابه باسم « كتاب اقليدس » . وفي هذا الكتاب قسّم اقليدس الهندسة الى خمسة أقسام رئيسية ووضع قضاياها على أساس منطقي عجيب . لم يسبق إليه جمل « الكتاب » المعتمد الوحيد الذي يرجع إليه كل من يريد وضع تأليف في الهندسة .

وما الهندسة التي تدرس في المدارس الثانوية في مختلف الأنحاء إلا هندسة اقليدس مع تحويل بسيط في الاشارات وترتيب النظريات ونظام التمارين .

وحينما نهض العرب نهضتهم العلمية أخذوا كتاب اقليدس وترجموه الى لغتهم وتفهموه جيداً وزادوا على نظرياته ووضعوا بعض أعمال عويصة وتفتنوا في حلها .

ويقول ابن القفطي عن كتاب اقليدس « . . . وسمّاه الاسلاميون (الأصول) ، وهو كتاب جليل القدر عظيم النفع ، أصل هذا النوع ، لم يكن لليونان قبله كتاب جامع في هذا الشأن ولا جاء بعده إلا من دار حوله وقال قوله . وما في القوم إلا من سلم الى فضله وشهد بفضله . » وقال ابن خلدون في مقدمته : « . . . والكتاب المترجم لليونانيين في هذه الصناعة (الهندسة) كتاب اقليدس يسمى كتاب الأصول أو كتاب الأركان وهو أبسط ما وضع للمتعلمين وأول ما ترجم من كتب اليونانيين في الملة أيام أبي جعفر المنصور . ونسخه مختلفة باختلاف المترجمين فمنها لحين بن اسحق ولثابت بن قرة

وليوسف بن الحجاج ويشتمل على خمس عشرة مقالة : أربع في السطوح وواحدة في الأقدار المتناسبة وأخرى في نسب السطوح بعضها الى بعض ، وثلاث في العدد ، والعاشر في المنطقات والقوى على المنطقات ومعناه الجذور وخمس في المجسمات . وقد اختصره الناس اختصارات كثيرة كما فعل ابن سينا في تعاليم الشفاء وأفرد له جزءاً أخصه به . وكذلك ابن الصلت في كتاب الاقتصار وغيرهم . وشرحه آخرون شروحاً كثيرة وهو مبدأ العلوم الهندسية باطلاق « . . . » وألف العرب كتباً على نسقه وأدخلوا فيها قضايا جديدة لم يعرفها القدماء . فقد وضع ابن الهيثم كتاباً من هذا الطراز يستحق أن يعتبر واسطة بين كتاب القواعد المفروضة والبراهين الاستقرائية لأقليدس وكتاب المحال المستوية السطوح لابولونيوس وبين كتابي سمسون Simson وستوارت Stewart فإنه يمثل تلك الكتب كال هندسة الابتدائية المعدة لتسهيل حل الدعاوى النظرية . ويعترف ابن القفطي بفضل ابن الهيثم في الهندسة فيقول : « إنه صاحب التصانيف والتأليف في علم الهندسة . وكان عالماً بهذا الشأن متقناً له ، متفتناً فيه ، قيماً بفرواضه ومعانيه ، مشاركاً في علوم الأوائل ، أخذ عنه الناس واستفادوا . . . »^(١) وألف محمد البغدادي رسالة موضوعها تقسيم أي مستقيم الى أجزاء متناسبة مع أعداد مفروضة يرسم مستقيم وهي اثنان وعشرون قضية : سبع في المثلث ، وتسع في المربع ، وست في الخمس . ولقد طبق العرب الهندسة على المنطق وألف ابن الهيثم كتاباً في ذلك « . . . » كتاباً جمعت فيه الأصول الهندسية والعديد من كتاب اقليدس وابولونيوس ، ونوعت فيه الأصول وقسمتها وبرهنت عليها يبراهين نظمها من الأمور التعليمية والحسية^(٢) والمنطقية حتى انتظم ذلك مع انتقاص توالي اقليدس وابولونيوس .

(١) ابن القفطي : اخبار العلماء ، ص ١١٤ .

(٢) طبقات الأطباء : ج ٢ ص ٩٣ .

وابن الهيثم هذا من الذين اشتغلوا بالبصريات فكان أنبغ علماء العرب والمسلمين فيه . وقد ترك تراثاً ضخماً مليئاً بالابتكار والموضوعات الجديدة كانت أساساً لبحوث علماء القرون الوسطى ، كما كانت أساساً لكتاب Peckhan في البصريات ، وهذا الكتاب يُعدُّ من أجل الكتب التي أحدثت أثراً بعيداً في العلم المذكور^(١) ، وقد أتى على مسائل أدت الى استعمال الهندسة . ومن هذه المسائل ما هو صعب ويحتاج حله الى وقوف تام على الهندسة والجبر وبراعة في استعمال نظرياتها وقوانينها . ومن المسائل التي وردت في نظريات ابن الهيثم المسألة الآتية : « . . كيف نرسم مستقيمين من نقطتين مفروضتين داخل دائرة معلومة الى أي نقطة مفروضة على محيطها بحيث يصنعان مع المماس المرسوم من تلك النقطة زاويتين متساويتين . . . » وللعرب مؤلفات عديدة في المساحات والحجوم وتحليل المسائل الهندسية واستخراج المسائل الحسائية بجمتي التحليل الهندسي والتقدير العددي وفي التحليل والتكريب الهندسين على جهة التمثيل للمتعلمين ، وفي موضوعات أخرى كتقسيم الزاوية الى ثلاثة أقسام متساوية ، ورسم المضلعات المنتظمة وربطها بمعادلات جبرية وفي محيط الدائرة وغير ذلك مما يتعلق بالموضوعات التي تحتاج الى استعمال الهندسة . ويتجلى من نتاج علماء العرب أنه كان يسود بعض مصنفاتهم مسحة عملية واتجاه لتطبيق النظريات الهندسية والحسائية والجبرية على الأغراض العملية من شؤون حياتهم ولوازم مجتمعهم . فلقد وضع ابن الهيثم (مثلاً) مقالة (في استخراج سمت القبلة) ومقالة (فيما تدعو اليه حاجة الأمور الشرعية من الأمور الهندسية) ومقالة (في استخراج ما بين البلدين في البعد بجمّة الأمور الهندسية) . وكذلك وضع ابن الهيثم كتاباً طابق فيه بين الأبنية والخفور بجميع الأشكال

(١) راجع كتاب تراث العرب العلمي لقصري حافظ طوقال : فصل ابن الهيثم في قسم التراجم .

الهندسية . وقد قال في ذلك « ٠٠٠ » مقالة في إجازات الحفور والأبنية طابقت فيها جميع الحفور والأبنية بجميع الأشكال حتى بلغت في ذلك الى أشكال قطوع المخروط الثلاثة المكافي والزائد والناقص « ٠٠٠ »
وبين العرب كيفية إيجاد نسبة محيط الدائرة الى قطرها . وبين من كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي ان القيم التي وردت فيه للنسبة التقريبية هي :

$$\frac{22}{7} \text{ و } \sqrt{10} \text{ و } \frac{62832}{20000}^{(1)}$$

وان أهل النجوم كانوا يستعملون القيمة الأخيرة وهي بالكسر العشري ٣١٤١٦ . وورد في الكتاب الحاشية الآتية ، وهي كما يعلق عليها الأستاذان مشرفة ومرسي احمد (تستحق الذكر والاهتمام) « ٠٠٠٠ » وهو تقريب لا تحقيق ، ولا يقف أحد على حقيقة ذلك . ولا يعلم دورها إلا الله . لأن الخط ليس بمستقيم فيوقف على حقيقته ، وإنما قيل ذلك تقريباً كما قيل في جذر الأهم انه تقريب لا تحقيق لأن جذره لا يعلمه إلا الله . وأحسن ما في هذه الأقوال أن تضرب القطر في ثلاثة وسبع لأنه أخف وأصرع . والله أعلم .
ولم يقف العرب في النسبة التقريبية عند أهل النجوم بل أوجدوها الى درجة من التقريب كانت محل دهشة العلماء . فلقد حسبها الكاشي فكانت ٣١٤١٥٩٢٦٥٣٥٨٩٨٧٣٢ . ولم نستطع أن نتأكد من استعمال علامة

(١) جاء في كتاب الجبر وللمقابلة للخوارزمي ما يلي :

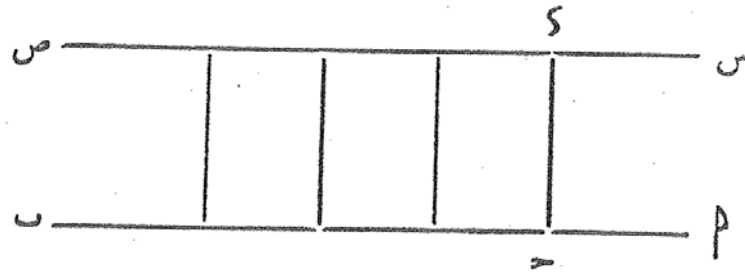
« ... وكل مدورة (أي دائرة) فإن ضربك القطر في ثلاثة وسبع هو الدور (المحيط) الذي يحيط بها وهو الاصطلاح بين الناس من غير اضطراب . ولأهل الهندسة فيه قولان آخران : أحدهما أن تضرب القطر في مثاله ثم في عشر ثم تأخذ جذر ما اجتمع . فما كان فهو الدور . والقول الثاني لأهل النجوم منهم وهو أن تضرب القطر في اثنين وستين ألفاً وثمانمائة واثنين وثلاثين ثم تقسم ذلك على عشرين ألفاً فما خرج فهو الدور . وكل ذلك قريب بعضه من بعض .. »

الكسر العشري (الفاصلة) . ولكن لدى البحث تبين أنه وضمها على الشكل الآتي :

صحيح

٣ ١٤٥٩٢٦٥٣٥٨٩٨٧٣٢

وهذا الوضع يشير الى أن المسلمين في زمن الكاشي كانوا يعرفون شيئاً عن الكسر العشري ، وانهم بذلك سبقوا الأوروبيين في استعمال النظام العشري . وامتاز العرب في بعض البحوث الهندسية فدلت على إحاطتهم بالمبادي والقضايا التي تقوم عليها الهندسة ولا سيما فيما يتعلق بالتوازيات . فلقد تنبه الطوسي لنقص اقليدس (في قضية المتوازيات) وحاول البرهنة عليها وبني برهانه على فرضيات



إذا كان $S > B$ عموداً على B في نقطة S . وإذا كان الخط $(S > B)$ يصنع مع الخط $(S > B)$ زاوية حادة كالأزوية $(S > B)$ فحينئذ جميع الخطوط العمودية على (B) والموجودة بين (S) و (B) والمرسومة من جهة (S) تقصر تدريجياً . أي أنه كلما بعد الخط العمودي على (B) عن (S) زاد النقص في الطول .

فلقد كان لهذا البرهان أو الاتجاه في معالجة قضية المتوازيات وللبحوث الأخرى التي وردت في كتاب (تحرير اصول اقليدس) وفي الرسالة الشافية للطوسي أثر في تقدم بعض النظريات الهندسية . وقد نشر جون واليس John wallis

هذه البحوث في اللاتينية سنة ١٦٥١^(١) وهذه المناسبة لا بد لنا من الإشارة الى أن (تحرير أصول اقليدس) قد طبع في روما بالعربية سنة ١٥٩٤^(٢) والرسالة الشافية طبعت بمطبعة دار المعارف العثمانية بعاصمة حيدر آباد الدكن سنة ١٣٥٨ هـ .

وسخر بعض علماء العرب (ولا سيما ابن الهيثم) الهندسة بنوعها المستوية منها والمجسمة في بحوث الضوء وتعيين نقطة الانعكاس في أحوال المرايا الكروية والاسطوانية والمخروطية المحدبة منها والمقعرة . وابتكروا لذلك الحلول العامة وبلغوا فيها الذروة . فقد استغل ابن الهيثم الهندسة الى أبعد الحدود في حلول كثير من القضايا المعقدة المتعلقة بالضوء وتناول دراسة (تعيين نقطة الانعكاس) على أساس منطقي سليم ، فعني أولاً بوضع بضع عمليات هندسية هي في ذاتها على جانب من الصعوبة ذكرها ويّسن كيفية إجرائها ، ووضع لها البراهين المضبوطة ، وذلك كله على أساس هندسي صحيح ، ثم اتجذ هذه العمليات الهندسية مقدمات الى الحلول التي أرادها لتعيين نقطة أو نقاط الانعكاس . ولم يقف عند هذه الحدود بل ساق لتلك الحلول براهين الهندسية . وعلى هذا فبحوثه (كما يقول الأستاذ مصطفى نظيف) يجب أن تراعى كوحدة واحدة تتكون من قسمين أحدهما المقدمات الهندسية ، والثاني الحلول العامة المبينة على تلك المقدمات^(٣)

(١) كاجوري : تاريخ الرياضيات ، ص ٢٢٨ ، راجع سارطون مج ٢ ص ١٠٠٣

(٢) كاجوري : تاريخ الرياضيات ، ص ١٢٧ .

(٣) راجع كتاب الحسن بن الهيثم لمصطفى نظيف مج ٢ ص ١٩٢ :

أما للمقدمات فهي ست . وقد أورد ابن الهيثم لكل منها وبرهن عليها ببرهان هندسي صحيح . ومن دراسة هذه المقدمات يتبين أن للمقدمات الأولى والثانية متشابهتان ، بل هما في الحقيقة صورتان لعملية هندسية واحدة . وكذلك للمقدمات الثالثة والسادسة متشابهتان وهما أيضاً صورتان لعملية هندسية واحدة . ولهذا -

وبين من هنا أنه ما كان لابن الهيثم أن يتذكر في علم الضوء ولا أن يتوفق في شرح بعض طرقه وعملياته ونظرياته لولا استماتته بالهندسة وتطبيقها في مسائل الضوء وجلالها مما جعل لبحوث ابن الهيثم قيمة عالية وعملية كانت ولا تزال محل تقدير الباحثين والعلماء في الشرق والغرب على السواء .

قد يستغرب القاري إذا علم أن الأوروبيين لم يعرفوا الهندسة إلا عن طريق العرب . فلقد وجد أحد علماء الانكيز في أوائل هذا القرن (حوالي سنة ١٩١٠ م) مقالتين هندسيتين قديمتين في مكتبة كنيسة وستر : الأولى كتبها

- جمال الأستاذ مصطفى نظيف من مقدمات ابن الهيثم الست أربعم عمليات هندسية تشملها جميعاً وهي :

- ١ - المعلوم نقطة P على محيط دائرة قطرها AB . ويراد إخراج مستقيم من P يقطع محيط الدائرة في D والقطر AB (هو او امتداد) في نقطة H بحيث يكون DH يساوي طول مستقيم معلوم .
[وقد استعمل ابن الهيثم أثناء حله هذه العملية التقطع الزائد] .
- ٢ - المعلوم مثلث AB قائم الزاوية في C . ونقطة D على الضلع AB (هو او امتداده من جهة B) . ويراد من النقطة إخراج مستقيم يقطع الضلع الثاني BC (هو او امتداده) على نقطة K ويقطع الوتر AC (هو او امتداده) على نقطة T بحيث تكون النسبة $\frac{TK}{TC} =$ نسبة معلومة وليكن L .

- ٣ - المعلوم دائرة مركزها C وقطرها AB . ونقطة H مفروضة . والمطلوب إخراج مستقيم من نقطة H يقطع محيط الدائرة في نقطة D والنظر P على نقطة S بحيث يكون $DS = SA$.

- ٤ - المعلوم دائرة مركزها C ونقطتان H, D حيثما اتفق . ويراد إيجاد نقطة P على محيط الدائرة بحيث إذا وصل للمستقيمان HP, DP احاط أحدهما مع الآخر بزاوية . وكانت الزاوية التي يحيط بها أحدهما والمماس من نقطة P مساوية الزاوية التي يحيط بها الآخر وهذا المماس .

(جريرت) الذي صار بابا سنة ٩٧٩ م باسم البابا سلفستر الثاني . ولم يكن كتاب اقليدس في الهندسة معروفاً حينئذٍ إلا في العربية . والثانية يرجع تاريخها الى أوائل القرن الثاني عشر للميلاد وكاتبها راهب اسمه ادلرد اوف باث Adelard of Bath ، فكان قد تعلم العربية ودرس في مدارس غرناطة وقرطبة واشبيلية . والمقالتان باللاتينية من نسخة ترجمت عن ترجمة اقليدس العربية . وبقيت هذه الترجمة تدرس في جميع مدارس أوروبا الى سنة ١٨٥٣ م حينما كشف أصل هندسة اقليدس اليوناني ^(١) .

واشتغل العرب في المربعات السحرية التي هي من أصل صيني . وقد أخذ بها علماء الهند والعجم وغيرهم وتوسعوا فيها .

وقد رأى العرب فيها جماعاً بين بعض الأعداد وبعض الأشكال . وأول من بحث فيها ثابت بن قرة ^(٢) وتبعه في هذا بعض علماء العرب . وقد ظهرت كثيراً في مؤلفاتهم وأطلقوا عليها اسم (الأشكال الترابية) .

ورأى فيها أصحاب الطلامس والذين يعنون بالسحر والتدجيل منافع وفوائد يمكن استعمالها في الولادة وتسهيلها ، والمرام والشربات وأفعال الترياقات وألحان الموسيقى وتأثيراتها في الأجساد والنفوس .

وجاء في هذا الشأن أن : «... ما من شيء من الموجودات الرياضية والطبيعية والإلهية خاصة ليست لشيء آخر . ولجموعاتها خواص ليست لمفرداتها من الأعداد والأشكال والصور والمكان والزمان والعقائير والطعوم والألوان والروائح والأصوات والكلمات والأفعال والحروف والحركات فإذا جمعت بينها على النسب التأليفية ظهرت خواصها وأفعالها... » ^(٣) . ولست بحاجة الى القول

(١) راجع المتكلم مج ٣٨ عدد فبراير ١٩١١ ص ٢٠٢ .

(٢) راجع ثابت بن قرة في كتاب تراث العرب العلمي لقدري حافظ طوقان في قسم التراجم .

(٣) رسائل اخوان الصفا ج ١ ص ٧١ .

ان كثيرين من رياضي العرب لم يعتقدوا أن هناك منافع أو فوائد تأتي عن هذه المربعات بأعدادها وأشكالها بل كانوا يرون فيها تسلية فكرية ومنعة عقلية لا أكثر .

ولا بدّ لنا قبل الانتهاء من هذا المقال من التعرّض لآراء علماء العرب في فوائد الهندسة ، فقالوا ان الهندسة على نوعين : عقلية وحسية . فالحسية هي معرفة المقادير وما يعرض فيها من المعاني اذا أُضيف بعضها الى بعض ، وهي ما يرى بالبصر ويدرك باللمس . والعقلي بضد ذلك وهو ما يعرف وبفهم . وقد بحث العرب هذا كله بالتفصيل في مؤلفاتهم ورسائلهم ، وكانوا يرون أن في الهندسة فوائد وأدركوا اتصالها بالحياة العملية وتمازجها في تقدير أثر الهندسة على الانسان من الناحية الروحية :

فالنظر في الهندسة الحسية « ... يؤدي الى الخلق في الصنائع كلها وخاصة في المساحة » ، وهي صناعة يحتاج اليها العمال والكتاب والدهاقين وأصحاب الضياع والعقارات في معاملاتهم من جباية الخراج وحفر الأنهار وعمل البريدات وما شاكلها .. »

والنظر في الهندسة العقلية يؤدي الى الخلق في الصنائع العلمية « ... لأن هذا العلم هو أحد الأبواب التي تؤدي الى معرفة جوهر النفس التي هي جذر العلم وعنصر الحكمة ... »

وكان بعض علماء العرب يرى أن الهندسة العقلية هي أحد أغراض الحكماء الراسخين في العلوم الإلهية المرتاضين بالرياضيات الفلسفية ، وإن تقديم علم العدد على علم الهندسة هو تخرج المتعلمين من المحسوسات الى المعقولات ، وترقية من الأمور الجسمية الى الأمور الروحانية .

قدري حافظ طوقان

(نابلس)

